

09.09.2023

Простые и сложные проценты

**Сделать конспект в
тетради, выполнить
самостоятельную работу
по вариантам,
принести на следующую
пару**



Что такое процент?

Проценты – это одно из математических понятий, которые часто используются в повседневной жизни

$\frac{1}{100}$ долю от числа называют «процентом» и обозначают знаком «%»

Иначе говоря, $1\% = 0,01$



Как возникли проценты

- Понятие процента, возникло в ходе развития торговли. когда за взятые в долг деньги заимодавец получал с должника какую-либо сумму сверх долга. Обычно эта сумма выражалась в сотых долях. Несколько позже у неё появилось название - *проценты*.



Как возникли проценты

- Слово «процент» происходит от двух латинских слов: «Про»- «на» и «центум» - «сто».
- Знак % закрепился для обозначения процентов в **XVII** веке.
- Вероятно он произошел от сокращения латинского слова «*centum*» в «*clo*».
- При скорописи «*clo*» стало выглядеть как «*o/o*», а затем «*o/0*».



Проценты в мире

- Индийские математики в V веке вычисляли проценты, используя «тройное правило».



Например, при расчете 5% от 830 записывали:

$$1\% \text{ составляет } \frac{830}{100}$$

$$5\% \text{ составляет } \frac{830 - 5}{100} = 41,5$$



Проценты в мире

В Древнем Риме были широко распространены денежные расчеты с использованием процентов.

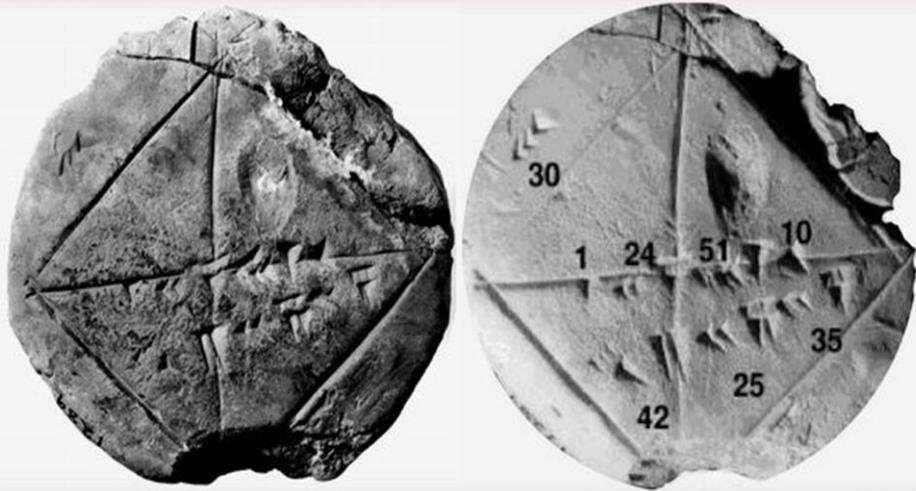
Римский сенат установил максимально доступный процент, взимаемый с должника.

В Европе в середине **XVII** века расширилась торговля и, следовательно, особое внимание обращалось на умение вычислять проценты. Тогда приходилось рассчитывать не только проценты, но и проценты с процентов (сложные проценты).



Проценты в мире

Часто конторы и предприятия для облегчения расчетов разрабатывали особые таблицы вычисления процентов. Эти таблицы держались в тайне, составляли коммерческий секрет фирмы.



Как решаются задачи на проценты

Как найти 1% от числа ?

Раз 1% это одна сотая часть, надо число разделить на 100. Деление на 100 можно заменить умножением на 0,01. Поэтому, чтобы найти 1% от данного числа, нужно умножить его на 0,01. А если нужно найти 5% от числа, то умножаем данное число на 0,05 и т.д.

Пример. Найти: 25% от 120.

Решение:

$$25\% = 0,25;$$

$$120 \cdot 0,25 = 30.$$

Ответ: 30.



Правило 1. Чтобы найти данное число процентов от числа, нужно проценты записать десятичной дробью, а затем число умножить на эту десятичную дробь.

Задачи из школы

Пример. Токарь вытачивал за час 40 деталей.

Применив резец из более прочной стали, он стал вытачивать на 10 деталей в час больше. На сколько процентов повысилась производительность труда токаря?

Решение:

Чтобы решить эту задачу, надо узнать, сколько, процентов составляют 10 деталей от 40. Для этого найдем сначала, какую часть составляет число 10 от числа 40. Мы знаем, что нужно разделить 10 на 40. Получится 0,25. А теперь запишем в процентах – 25%.

Ответ: производительность труда токаря повысилась на 25%.



Правило 2. Чтобы найти, сколько процентов одно число составляет от другого, нужно разделить первое число на второе и полученную дробь записать в виде процентов.

Задачи из школы

Пример. Что произойдет с ценой товара, если сначала ее повысить на 25%, а потом понизить на 25%?

Решение:

Пусть цена товара x руб., тогда после повышения товар стоит 125% прежней цены, т.е. $1,25x$, а после понижения на 25%, его стоимость составляет 75% или 0,75 от повышенной цены, т.е.

$$0,75 \cdot 1,25x = 0,9375x,$$

тогда цена товара понизилась на 6,25%, т.к.

$$x - 0,9375x = 0,0625x;$$

$$0,0625 \cdot 100\% = 6,25\%$$

Ответ: первоначальная цена товара снизилась на 6,25%.



Правило 3. Чтобы найти процентное отношение двух чисел А и В, надо отношение этих чисел умножить на 100%, то есть вычислить $(A : B) \cdot 100\%$.

Задачи из школы

Пример. Свежие грибы содержали по массе 90% воды, а сухие 12%. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

Решение:

$22 \cdot 0,1 = 2,2$ (кг) - грибов по массе в свежих грибах; (0,1 это 10% сухого вещества);

$2,2 : 0,88 = 2,5$ (кг) - сухих грибов, получаемых из свежих (количество сухого вещества не изменилось, но изменилось его процентное содержание в грибах и теперь 2,2 кг это 88% или 0,88 сухих грибов).

Ответ: 2,5 кг.



Правило 4. Чтобы найти число по данным его процентам, надо выразить проценты в виде дроби, а затем значение процентов разделить на эту дробь.

Задачи из жизни

Губаревич С.А., учитель физики МАОУ «СШ №3»
привел такую задачу:

Из 50 обучающихся 8-х классов за первую четверть 2019 -2020 г. на 4 и 5 закончили 35 обучающихся .
Найти качество знаний по школе в процентах.
(70%)

Киреева В.С. учитель истории и обществознания:

Из 25 обучающихся за контрольную работу 16 человек получили «4» и «5». Какой процент обучающихся получили «4» и «5»?

Блошкина И.В., педагог-психолог

На вопрос «Вы курите?» 13 человек из опрошенных дали положительный ответ, 37 -отрицательный. В процентном отношении это выглядит так:

- Да 3%
- Нет 97%



Задачи из жизни

Работник магазина Шишкова Т.Ю. задала задачку:

Клиент совершил покупку на сумму 3000 рублей, при этом у него была скидка 25%. Сколько рублей заплатил покупатель при условии, что он использовал скидку?

Бухгалтер: Суровцева Е.В.

Подходный налог установлен в размере 13%. До вычета подоходного налога 1% заработной платы отчисляется в пенсионный фонд. Работнику начислено 11900 рублей. Какова сумма вычетов?

Медицинская сестра школы: Антипова Г.В.

В школе 640 обучающихся, отсутствуют -52 человека. По болезни 46 человек. Каков процент заболевших детей?



Вывод: Умение решать задачи на проценты необходимо людям любой профессии.

Задачи на проценты в КИМах на ОГЭ

Пример. (Вариант 1 № 16. ОГЭ-2019. Математика. Тип. тест. задания_ред. Яценко_2019 - 240с)

Спортивный магазин проводит акцию. Любой джемпер стоит 400 рублей. При покупке двух джемперов – скидка на второй джемпер 75%. Сколько рублей придется заплатить за покупку двух джемперов в период акции?

Решение:

Согласно условию задачи получается, что первый джемпер покупается за 100 % его исходной стоимости, а второй за $100 - 75 = 25$ (%), т.е. всего покупатель должен заплатить $100 + 25 = 125$ (%) от исходной стоимости. Далее можно рассмотреть решение тремя способами.

1 способ.

400 рублей принимаем за 100 %. Тогда в 1% содержится $400 : 100 = 4$ (руб.), а в 125 %
 $4 \cdot 125 = 500$ (руб.)

2 способ.

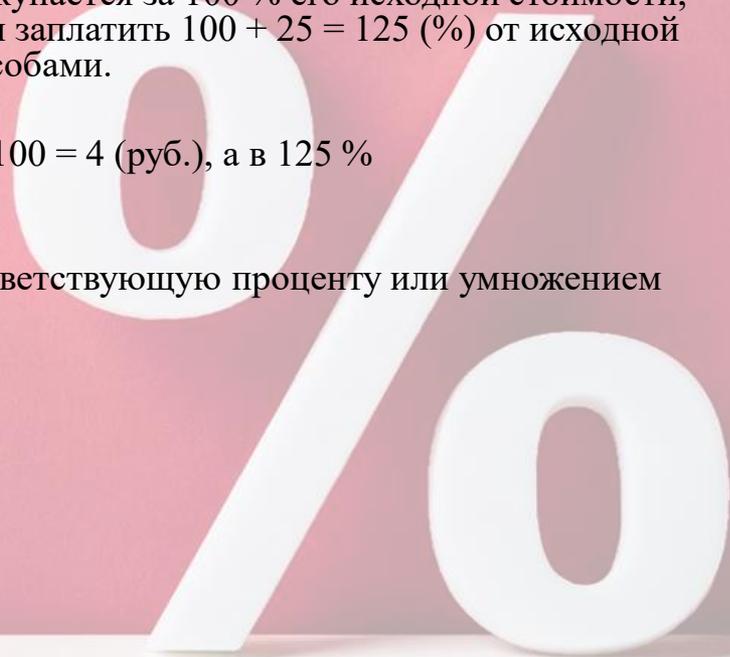
Процент от числа находится умножением числа на дробь, соответствующую проценту или умножением числа на данный процент и делением на 100.
 $400 \cdot 1,25 = 500$ или $400 \cdot 125/100 = 500$.

3 способ.

Применение свойства пропорции:

400 руб. – 100 %
x руб. – 125 %, получим $x = 125 \cdot 400 / 100 = 500$ (руб.)

Ответ: 500 рублей.



Задачи на проценты в КИМах на ОГЭ

Пример. (Вариант 4 № 16. ОГЭ-2018. Математика. Тип. тест. задания ред. Яценко_2018 -80с)

Средний вес мальчиков того же возраста, что и Гоша, равен 57 кг. Вес Гоши составляет 150 % среднего веса. Сколько килограммов весит Гоша?

Решение:

Аналогично примеру, рассмотренному выше можно составить пропорцию:

57 кг – 100 %

x кг – 150 %, получим $x = 57 \cdot 150 / 100 = 85,5$ (кг)

Ответ: 85,5 кг.

Задачи на проценты в КИМах на ОГЭ

Пример. (Вариант 7 № 16. ОГЭ-2016. Математика. Тип. тест. задания ред. Яценко_2016 - 80с)

После уценки телевизора его новая цена составила 0,52 старой. На сколько процентов уменьшилась цена в результате уценки?

Решение:

1 способ.

Найдем сначала долю уменьшения цены. Если исходную цену принять за 1, то $1 - 0,52 = 0,48$ составляет доля уменьшения цены. Тогда получаем, $0,48 \cdot 100 \% = 48 \%$. Т.е. на 48 % уменьшилась цена в результате уценки.

2 способ.

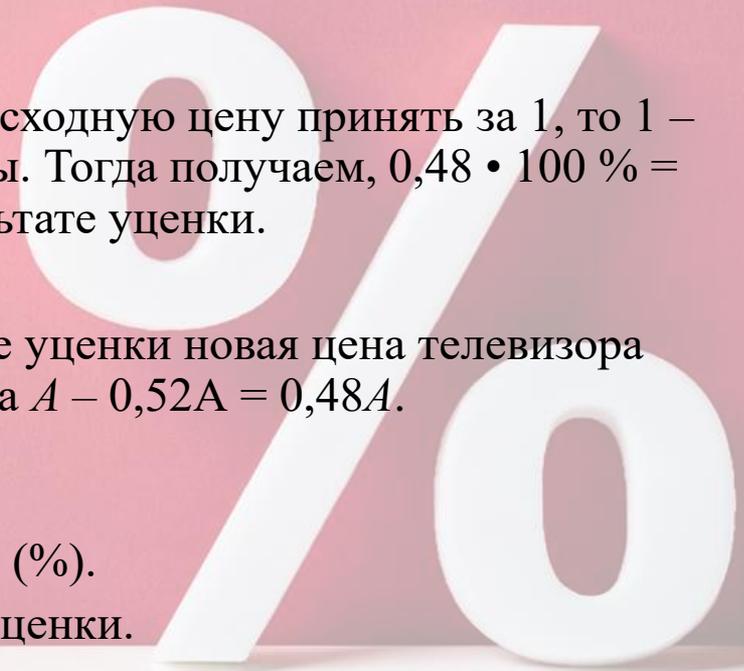
Если исходную стоимость принять за A , то после уценки новая цена телевизора будет равняться $0,52A$, т.е. она уменьшится на $A - 0,52A = 0,48A$.

Составим пропорцию:

$$A - 100\%$$

$$0,48A - x \%, \text{ получим } x = 0,48A \cdot 100 / A = 48 (\%).$$

Ответ: на 48 % уменьшилась цена в результате уценки.



Задачи на проценты в КИМах на ОГЭ

Пример. (Вариант 9 № 16. ОГЭ-2016. Математика. Тип. тест. задания_ред. Яценко_2016 - 80с)

Товар на распродаже уценили на 15%, при этом он стал стоить 680 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Решение:

До понижения цены товар стоил 100%. Цена на товар после распродажи уменьшилась на 15%, т.е. стала $100 - 15 = 85$ (%), в рублях эта величина равна 680 рублей.

1 способ.

$$680 : 85 = 8 \text{ (руб.)} - \text{в } 1\%$$

$$8 \cdot 100 = 800 \text{ (руб.)} - \text{стоил товар до распродажи.}$$

2 способ.

Это задача на нахождение числа по его проценту, решается делением числа на соответствующий ему процент и путем обращения полученной дроби в проценты, умножением на 100, или действием деления на дробь, полученную при переводе из процентов.

$$680 : 85 \cdot 100 = 800 \text{ (руб.)} \text{ или } 680 : 0,85 = 800 \text{ (руб.)}$$

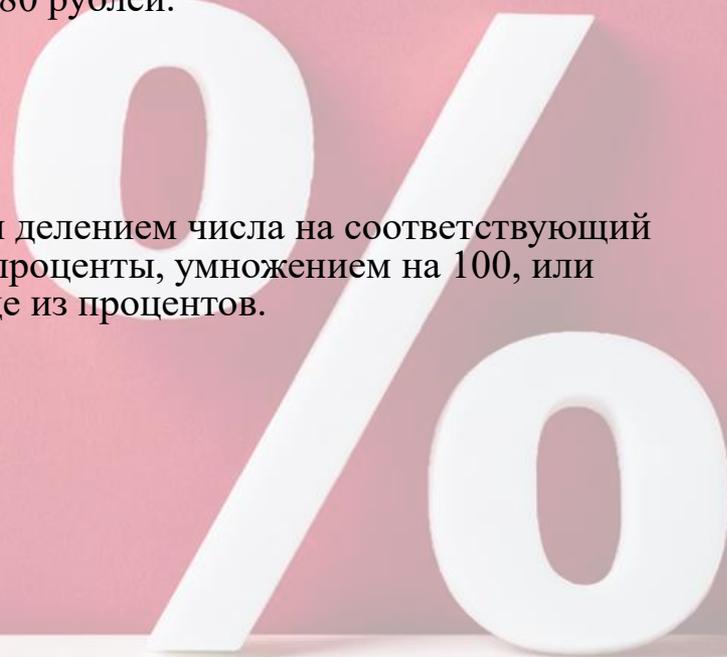
3 способ.

С помощью пропорции:

$$680 \text{ руб.} - 85 \%$$

$$x \text{ руб.} - 100 \%, \text{ получим } x = 680 \cdot 100 / 85 = 800 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 800 рублей стоил товар до распродажи.



Решение задач на смеси и сплавы, с использованием понятий «процентное содержание», «концентрация», «% -й раствор».

Пример. Сколько кг соли в 10 кг соленой воды, если процентное содержание соли 15%.

Решение:

$$10 \cdot 0,15 = 1,5 \text{ (кг) соли.}$$

Ответ: 1,5 кг.

Процентное содержание вещества в растворе (например, 15%), иногда называют %-м раствором (например, 15%-й раствор соли).

- **Пример. Сплав содержит 10 кг олова и 15 кг цинка. Каково процентное содержание олова и цинка в сплаве?**

Решение:

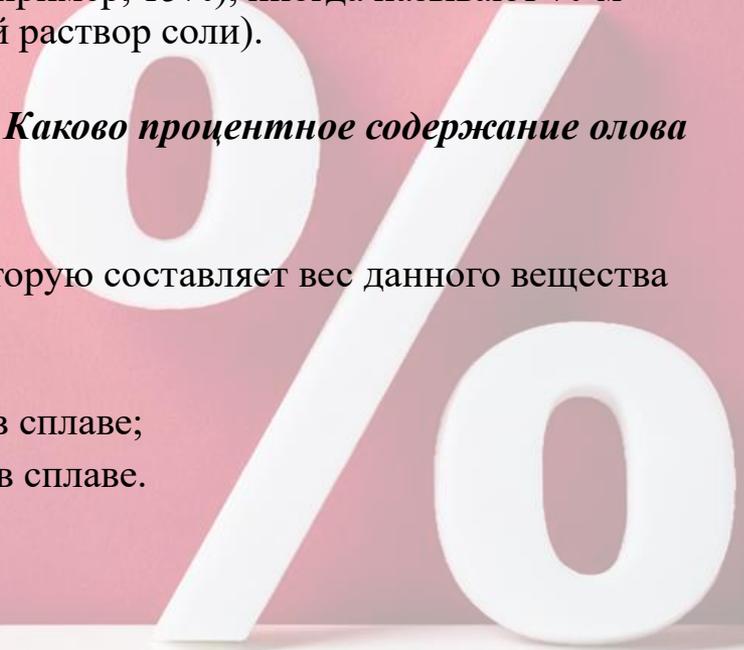
Процентное содержание вещества в сплаве - это часть, которую составляет вес данного вещества от веса всего сплава.

$$10 + 15 = 25 \text{ (кг) - сплав;}$$

$$10 : 25 \cdot 100\% = 40\% \text{ - процентное содержание олова в сплаве;}$$

$$15 : 25 \cdot 100\% = 60\% \text{ - процентное содержание цинка в сплаве.}$$

Ответ: 40%, 60%.



Решение задач на смеси и сплавы, с использованием понятий «процентное содержание», «концентрация», «% -й раствор».

Пример. Концентрация серебра в сплаве 300 г составляет 87%. Это означает, что чистого серебра в сплаве 261 г.

Решение:

$$300 \cdot 0,87 = 261 \text{ (г)}.$$

В этом примере концентрация вещества выражена в процентах.

Отношения объема чистого компонента в растворе ко всему объему смеси называется объемной концентрацией этого компонента.

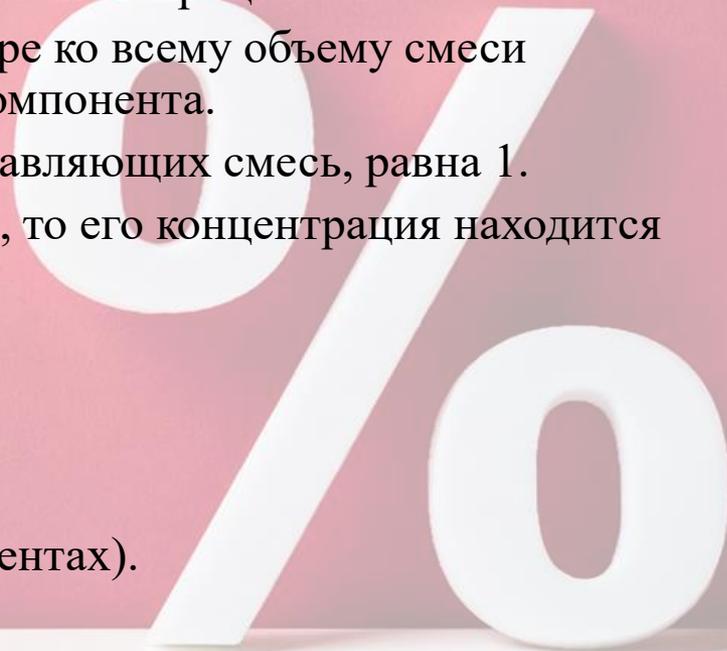
Сумма концентраций всех компонентов, составляющих смесь, равна 1.

Если известно процентное содержание вещества, то его концентрация находится по формуле:

$$K = \frac{P}{100} \%$$

где K - концентрация вещества;

P - процентное содержание вещества (в процентах).



Решение задач на смеси и сплавы, с использованием понятий «процентное содержание», «концентрация», «% -й раствор».

Пример. (Вариант 8 № 22. ОГЭ-2016. Математика. Тип. тест. задания_ред. Яценко_2016 - 80с)

Свежие фрукты содержат 75% воды, а высушенные – 25%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 45 кг высушенных фруктов?

Решение:

Если в свежих фруктах содержится 75% воды, то сухого вещества будет $100 - 75 = 25$ (%), а высушенные – 25%, то сухого вещества в них будет $100 - 25 = 75$ (%).

При оформлении решения задачи, можно использовать таблицу:

Общая масса, кг	Концентрация сухого вещества	Масса сухого вещества
-----------------	------------------------------	-----------------------

Свежие фрукты x 25% = $0,25 \cdot x$

Высушенные фрукты 45 75% = $0,75 \cdot 45 = 33,75$

Т.к. масса сухого вещества для свежих и высушенных фруктов не меняется, то получим уравнение:

$$0,25 \cdot x = 33,75;$$

$$x = 33,75 : 0,25;$$

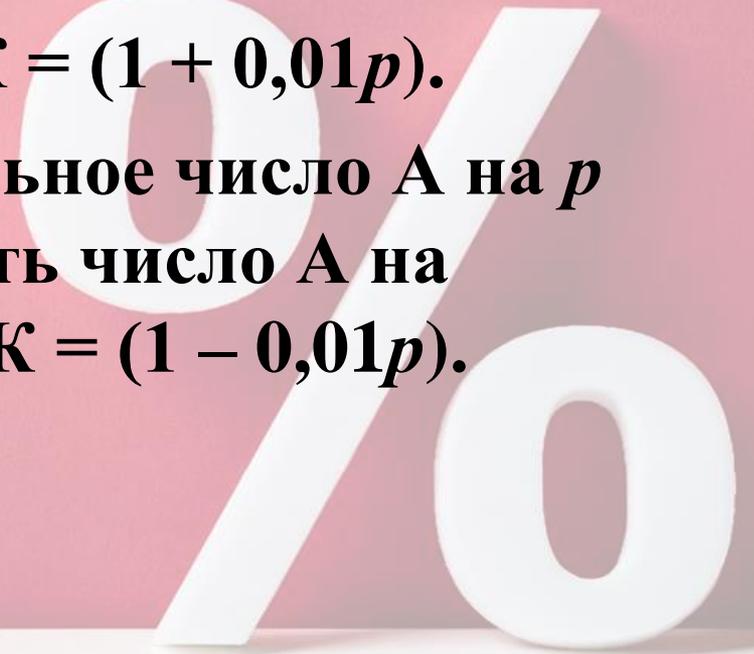
$$x = 135 \text{ (кг)} - \text{требуется свежих фруктов.}$$

Ответ: 135 кг.

Решение задач на «сложные» проценты, с использованием понятия коэффициента увеличения (уменьшения).

Чтобы увеличить положительное число A на p процентов, следует умножить число A на коэффициент увеличения $K = (1 + 0,01p)$.

Чтобы уменьшить положительное число A на p процентов, следует умножить число A на коэффициент уменьшения $K = (1 - 0,01p)$.



Решение задач на «сложные» проценты, с использованием понятия коэффициента увеличения (уменьшения).

Пример. (Вариант 29 № 22. ОГЭ-2015. Математика. Тип. экзаменационные варианты: 36 вариантов/ под ред. Яценко, 2015 - 224с)

Цена товара была дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 5000 рублей, а окончательная 4050 рублей?

Решение:

Т.к. цена товара снижалась на одно и то же число %, обозначим число % за x . Пусть в первый и второй раз цена товара была понижена на x %, тогда после первого понижения цена товара стала $(100 - x)$ %.

Составим пропорцию

5000 руб. – 100%

y руб. – $(100 - x)$ %, получим $y = 5000 \cdot (100 - x) / 100 = 50 \cdot (100 - x)$ рублей – стоимость товара после первого понижения.

Составим новую пропорцию уже по новой цене:

$50 \cdot (100 - x)$ руб. – 100%

z руб. – $(100 - x)$ %, получим $z = 50 \cdot (100 - x) (100 - x) / 100 = 0,5 \cdot (100 - x)^2$ рублей – стоимость товара после второго понижения.

Получим уравнение $0,5 \cdot (100 - x)^2 = 4050$. Решив его, получим, что $x = 10$ % .

Ответ: на 10 % снижалась цена товара каждый раз.

Решение задач на «сложные» проценты, с использованием понятия коэффициента увеличения (уменьшения).

Пример. (Вариант 30 № 22. ОГЭ-2015. Математика. Тип. экзаменационные варианты: 36 вариантов/ под ред. Ященко, 2015 - 224с)

Цена товара была дважды повышена на одно и то же число процентов. На сколько процентов повышалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 3000 рублей, а окончательная 3630 рублей?

Решение:

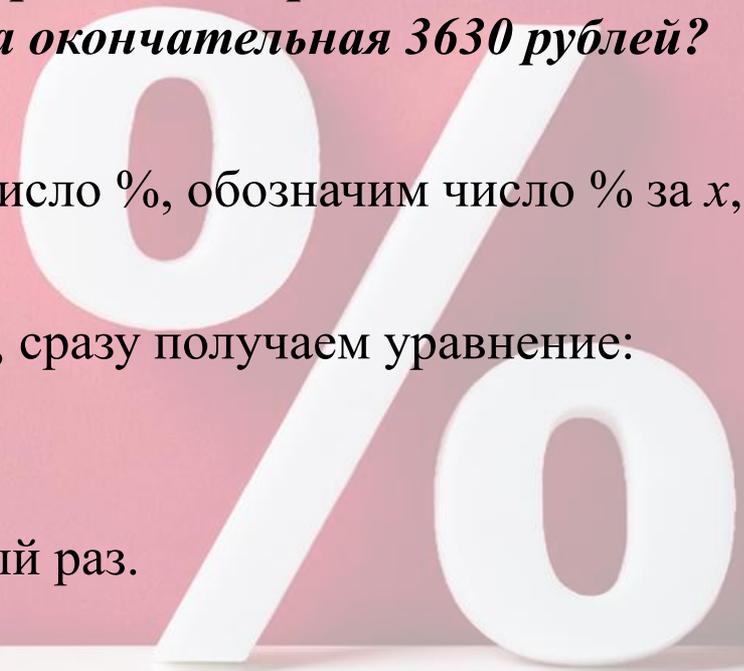
Т.к. цена товара повышалась на одно и то же число %, обозначим число % за x ,
 $x\% = 0,01x$.

Используя понятие коэффициента увеличения, сразу получаем уравнение:

$$3000 \cdot (1 + 0,01x)^2 = 3630.$$

Решив его, получим, что $x = 10\%$.

Ответ: на 10 % повышалась цена товара каждый раз.



Заключение

Большое практическое значение имеет умение решать задачи на проценты. Это напрямую связано с тем, что проценты широко используются как в реальной жизни, так и в различных областях науки. Без процентов нельзя обойтись ни в финансовом анализе, ни в жизни. Чтобы начислить зарплату работнику нужно знать процент налоговых отчислений; чтобы открыть депозитный счет в банке – надо знать размеры процентных начислений на сумму вклада; чтобы знать приблизительный рост цен в будущем году – надо знать процент инфляции. В торговле понятие процент используется наиболее часто: скидки, наценки, уценки, прибыль, кредит, налог на прибыль и т.д.



- **Вариант 1**

- 1. Увеличьте число 12 на 75%
- 2. Молочная цистерна емкостью 325 л заполнена на 40%. Сколько молока налито в цистерну?
- 3. Из 200 квартир нового дома 65 % - двухкомнатные, а остальные – трехкомнатные. Сколько трехкомнатных квартир в доме?
- 4. Сравните числа:
 - а) 25% от 120 и 30% от 70
 - б) 40% от 60 и 45% от 60
- 5. Сколько процентов золота содержит сплав, состоящий из 6г золота и 24 г серебра?
- 6. Клиент оформил в банке кредит на 72 000 рублей по ставке 60% годовых. Проценты начисляются сразу. Какую сумму клиент обязан платить ежемесячно, чтобы полностью расплатиться через 1 год?

• **Вариант 2**

- **1.** Уменьшите число 60 на 25%
 - **2.** Вагон, вмещающий 50 т песка, наполнен на 44 %. Сколько песка в вагоне?
 - **3.** Из 600 новых домов 85 % - девятиэтажные, а остальные – четырехэтажные. Сколько построено четырехэтажных домов?
 - **4.** Сравните числа:
 - а) 10% от 250 и 60% от 70
 - б) 40% от 70 и 70% от 40
 - **5.** Сколько процентов соли содержит рассол, приготовленный из 80 г соли и 320 г воды?
 - **6.** Из 22 500 учеников, которые сдавали ЕГЭ по математике, только 18% справились с задачей В13. Из тех, кто не справился, 62% допустили вычислительные ошибки, а остальные даже не читали условие задачи. Сколько учеников не читали задачу В13?
- 